



Das Aufteilungsparadoxon

VON BJÖRN & SÖREN CHRISTENSEN

Willi und Heini begegnen sich beim 40-jährigen Abiturtreffen seit vielen Jahren zum ersten Mal wieder. Die Feier ist mächtig im Gange, als sie auf dem Sportplatz eine Torwand entdecken. Schnell werden Erinnerungen an Jugendzeiten geweckt und sie vereinbaren einen Wettkampf: Wer zuerst sechs Mal beim Schießen gegeneinander auf die Torwand gewinnt, soll der Gewinner sein; ein Unentschieden wird nicht mitgezählt. Die umstehenden ehemaligen Mitschüler lassen schnell eine Mütze herumgehen, in der Geld für den Sieger gesammelt wird.

Da die beiden doch arg aus der Übung sind, kommt ihnen beim Warmschießen der Verdacht, dass sie eigentlich gleich gut (oder schlecht) sind und es eher zufällig ist, wann einer in eines der Löcher der Torwand trifft. Umso gespannter beginnen sie also das Wettschießen. Beim Stand von 5:3 für Willi passiert es allerdings: Ein mächtiger Wolkenbruch löst sich vom Himmel und alle verlassen schnell den Sportplatz, um Unterschlupf im alten Schulgebäude zu finden. Da das Spiel nicht beendet werden konnte, stellt sich die Frage, wie das eingesammelte Geld unter den beiden Kontrahenten aufgeteilt werden soll. Spontan schlägt ein Mitschüler vor, das Geld – gemäß dem letzten Spielstand – im Verhältnis 5:3 aufzuteilen, was die meisten Umstehenden überzeugt. Willi würde 62,5 Prozent und Heini 37,5 Prozent des Geldes erhalten. Doch ist das gerecht?

Am ehesten sollte eine gerechte Lösung derart aussehen, dass sie die Siegchancen beider Kontrahenten widerspiegelt. Am einfachsten ist es, diese zunächst für den bisher unterlegenen Heini zu berechnen. Damit er das Spiel gewinnt, also zuerst sechs Mal gegen Willi gewonnen hat, müsste er drei Mal hintereinander gewinnen, damit das Spiel 5:6 ausgeht. Hierfür ist die Wahrscheinlichkeit $0,5 \times 0,5 \times 0,5 = 12,5$ Prozent. Wenn auch nur in einer der drei Runden Willi siegt, hat Heini das Spiel hingegen verloren. Tatsächlich sollte das Aufteilungsverhältnis der Siegprämie also für Heini 12,5 Prozent und für Willi 87,5 Prozent betragen.

Dieses doch eher unerwartete Ergebnis wird in der Literatur unter dem Namen „Aufteilungsparadoxon“ geführt. Dass Willi, Heini und ihre Mitschüler dieses nicht kennen, macht im konkreten Fall aber nichts, da sie schnell beschließen, das Geld einfach gemeinschaftlich an der Sektkapf umzusetzen. ♦



FOTOLIA