



ACHTUNG, MATHE!

Wurm auf dem Gummiband

VON BJÖRN UND SÖREN CHRISTENSEN

Nachdem in der vergangenen Woche an dieser Stelle Katzen auf dem Weg zu Fresströgen die Hauptrolle spielten, dreht sich nun alles um den Wurm Willi. Willi ist ebenfalls hungrig. Er sitzt auf dem Anfangsstück eines Gummitwist-Bandes, welches die Kinder Luca und Sophie am Haus befestigt haben. Am anderen Ende des Bandes halten die beiden Willis Lieblingspeise, einen Apfel, den Willi schon erblickt hat. Er macht sich also auf den Weg, kommt in seinem Kriechen auf dem Band allerdings mit 1 cm pro Minute nur langsam voran. Da das Gummiband einen Meter lang ist, wird er zwar eine ganze Zeit unterwegs sein, aber die Aussicht auf den Apfel treibt ihn an. Nachdem er gerade den ersten Zentimeter überwunden hat und also noch 99 cm vor ihm liegen, beginnt das Spiel für Luca und Sophie: Sie ziehen das Gummiband in die Länge, und zwar um einen weiteren Meter auf zwei Meter Länge. Zwar hat sich Willis Entfernung von der Hauswand durch das Ausdehnen des Gummibandes auch von 1 cm auf 2 cm erhöht, sein Ziel ist nun jedoch 198 cm entfernt. Willi gibt aber nicht auf. Er kriecht erneut einen Zentimeter. Aber Luca und Sophie ziehen das Gummiband einen weiteren Meter auseinander und Willi kann sein Ziel nun schon kaum noch in 2,955 m Entfernung erkennen.

Nehmen wir nun etwas großzügig an, dass das Gummitwist-Band sich beliebig weit dehnen lässt und sowohl Willi als auch Luca und Sophie sehr große Ausdauer besitzen. Was meinen Sie: Wird Willi dann jemals seinen heißersehten Apfel erreichen? Die erstaunliche Antwort ist: Ja. Und auch wenn es im ersten Moment vielleicht nur schwer zu glauben ist, so ist die intuitive Erklärung nicht kompliziert. Der Grund liegt darin, dass bei der Ausdehnung des Gummibandes auch der von Willi schon zurückgelegte Teil mitgedehnt wird. Der Anteil des Gummibandes, den Willi zurückgelegt hat, ändert sich beim Auseinanderziehen also nicht. Und immer wenn Willi sich vorwärts bewegt, wird dieser Anteil größer. Genauer ist der Anteil, den Willi im n -ten Schritt zurücklegt gerade $1/(100n)$. Damit kommt er immer weiter voran, wenn auch der Anteil immer langsamer wächst. So kann er tatsächlich den Apfel erreichen – zumindest in der Theorie. Denn wenn man den genauen Wert ausrechnet, so kommt man auf eine Dauer von vielen Abermilliarden Jahren. In der Praxis muss Willi weniger lange kriechen, denn Luca und Sophie haben schnell ein Einsehen und ziehen das Gummiband nicht weiter, so dass sich Willi genüsslich seinem Apfel zuwenden kann.

