Teilbar durch 9

VON BJÖRN UND SÖREN CHRISTENSEN

Ein Leser hat sich mit einer Bitte an uns gewandt: Er hat von einem mathematischen Phänomen gehört, das wir nach Möglichkeit erklären sollen. Konkret geht es um eine Zahl und ihre Spiegelzahl – das ist die Zahl, die sich ergibt, wenn man die Ziffern der Ausgangszahl in umgekehrter Reihenfolge schreibt. Zieht man nun die Spiegelzahl von der Ursprungszahl ab, so ist die Differenz ohne Rest durch 9 teilbar. Das klingt abstrakt, deshalb wollen wir das an einem Beispiel verdeutlichen: Nehmen Sie die Zahl 7364. Die Spiegelzahl ist also 4637. Die Differenz ist 2727. Und 2727 : 9 = 303, es bleibt kein Rest. Sie können dies gerne mit beliebigen anderen Zahlen ausprobieren, es funktioniert immer.

Um dieses Phänomen zu erklären, müssen wir ein wenig ausholen und werden für die Erklärung zwei Kolumnen benötigen. In der heutigen Kolumne kommen wir auf eine Gesetzmäßigkeit zurück, die viele vielleicht noch aus der Schule kennen: Jede Zahl, deren Quersumme durch 9 teilbar ist, ist auch selber durch 9 teilbar. Die Quersumme ist dabei die Summe aller Ziffern einer Zahl. Nehmen wir als Beispiel die Zahl 4356. Die Quersumme ist 4 + 3 + 5+ 6 = 18, sie ist also durch 9 teilbar. Also soll auch die Zahl selber durch 9 teilbar sein. Und tatsächlich gilt 4356 : 9 = 484. Aber warum gilt dies? Für einen formalen Beweis ist diese Kolumne zu kurz und wir wollen Sie auch nicht mit zu vielen Formeln behelligen. Aber anhand der Beispielzahl kann man ganz gut erklären, worin das Geheimnis liegt. Die Zahl 4356 setzt sich aus Tausender-, Hunderter-, Zehner- und Einerstellen zusammen. Man kann sie deshalb auch wie folgt schreiben:

$$4356 = 4 \times 1000 + 3 \times 100 + 5 \times 10 + 6 \times 1$$

Aber hilft dies weiter? – Ja, indem wir uns klarmachen, dass man die einzelnen Terme zerlegen und anders darstellen kann, so dass deutlich wird, welche Elemente sicher durch 9 teilbar sind:

$$4356 = 4 \times 1000 + 3 \times 100 + 5 \times 10 + 6 \times 1$$
$$= 4 \times (999 + 1) + 3 \times (99 + 1) + 5 \times (9 + 1) + 6 \times 1$$

Nun sind 999, 99 und 9 sicher durch 9 teilbar, deshalb auch die Produkte, die sich ergeben, wenn diese Zahlen mit den Ziffern vor den Klammern multipliziert werden. Die Formel lässt sich etwas umschreiben und wir erhalten:

$$4356 = (4 \times 999 + 3 \times 99 + 5 \times 9) + (4 \times 1 + 3 \times 1 + 5 \times 1 + 6 \times 1)$$
$$= (4 \times 999 + 3 \times 99 + 5 \times 9) + (4 + 3 + 5 + 6)$$

Die Summe in der roten Klammer ist sicher durch 9 teilbar. Die grüne Klammer entspricht genau der Quersumme der ursprünglichen Zahl. Sofern die Quersumme also auch durch 9 teilbar ist, ist auch die Ursprungszahl durch 9 teilbar. Und dies war genau die Aussage, die wir exemplarisch zeigen wollten. Es gilt also, dass jede Zahl, deren Quersumme durch 9 teilbar ist, auch selber durch 9 teilbar ist.

Mit dieser Überlegung werden wir kommende Woche zeigen, dass man von jeder beliebigen Zahl die Spiegelzahl abziehen kann und dann das Ergebnis durch 9 teilbar ist. ●

Björn Christensen (links) ist Professor für Statistik und Mathematik an der FH Kiel. **Sören Christensen** ist Professor für Stochastische Prozesse und ihre Anwendungen an der Uni Hamburg. Für unsere Leser holen die Brüder Mathematik in den Alltag.

S-H Journal, die Wochenendbeilage der Tageszeitungen im s-hz, 9.3..2019