

Noch ein Hut-Rätsel

VON BJÖRN UND SÖREN CHRISTENSEN

Vor einiger Zeit hatten wir an dieser Stelle schon einmal ein erstaunliches „Hut-Rätsel“. Aufgrund der positiven Rückmeldungen folgt nun ein weiteres:

Drei Strafgefangenen wird eine letzte Chance auf Freiheit eingeräumt. Der Gefängnisdirektor setzt den Gefangenen dazu drei Hüte auf, die jeweils weiß oder schwarz sind. Die Hutfarben legt er durch drei Münzwürfe fest. Bei „Zahl“ wählt er für den jeweiligen Gefangenen einen schwarzen, bei „Wappen“ einen weißen. Die Strafgefangenen sehen die Farbe ihres eigenen Huts nicht, wohl aber die der beiden anderen. Sie können den anderen Gefangenen die Farbe der Kopfbedeckung aber nicht mitteilen (auch nicht heimlich durch Zeichen). Auch erfahren sie nicht die Antworten der anderen. Sie dürfen sich aber vor der zufälligen Verteilung der Hüte eine Strategie überlegen.

Nun muss jeder entweder die Farbe seines Hutes raten oder er kann passen. Tippt mindestens einer der drei die richtige Farbe und setzt keiner auf die falsche, werden alle drei freigelassen.



NATÜRLICH KÖNNEN DIE GEFANGENEN nicht sicher mit der Freiheit rechnen, denn keiner weiß seine eigene Hutfarbe ja mit Gewissheit. Aber immerhin mit Wahrscheinlichkeit von 50 Prozent können sie freikommen: Der erste Strafgefangene sagt einfach immer z. B. „schwarz“ und die beiden anderen passen. Aber geht es noch besser? Wenn Sie selbst knobeln möchten, dann lesen Sie an dieser Stelle erst einmal nicht weiter. Im nächsten Absatz beschreiben wir nämlich die Lösung.

Erstaunlicherweise können die Strafgefangenen tatsächlich durch eine kluge Absprache die Wahrscheinlichkeit für die Freilassung sogar auf 75 Prozent erhöhen. Dazu sprechen die Gefangenen die folgende Regel ab: Sofern ein Gefangener bei den beiden anderen unterschiedliche Hutfarben sieht, gibt er keinen Tipp ab. Sieht aber mindestens ein Gefangener die gleiche Hutfarbe bei den beiden anderen, tippt er auf die andere Hutfarbe bei sich selber. Wenn die anderen Hüte also etwa beide weiß sind, tippt der Gefangene auf schwarz.

AUF DEN ERSTEN BLICK wirkt die Strategie nicht so günstig. Sind nämlich die Hutfarben alle zufällig gleich, dann tippen alle drei Gefangenen falsch und sie bleiben hinter Gittern. Aber wenn beide Hutfarben vorhanden sind, dann enthalten sich so stets die beiden mit der gleichen Hutfarbe und der andere tippt richtig und alle kommen frei.

Da es insgesamt $2 \times 2 \times 2 = 8$ Farbkombinationen gibt und nur dreimal schwarz oder dreimal weiß nicht zur Freiheit führt, beträgt die Wahrscheinlichkeit für eine Freilassung $6 : 8 = 75$ Prozent.



Björn Christensen (links) ist Professor für Statistik und Mathematik an der FH Kiel.

Sören Christensen ist Professor für Stochastik an der Christian-Albrechts-Universität Kiel. Für unsere Leser holen die Brüder Mathematik in den Alltag.

