



Münzen abwiegen verschärft

VON BJÖRN UND SÖREN CHRISTENSEN

Vor vielen Wochen hatten wir einmal ein Rätsel gestellt, bei dem es um das Auffinden von Münzen mit fehlerhaftem Gewicht ging. Die Münzen waren in Kisten verpackt, und exakt eine Kiste sollte Münzen mit fehlerhaftem Gewicht aufweisen. Diese galt es zu finden. Hierzu durfte nur eine Waage mit einem einzigen Wiegevorgang benutzt werden. Wer noch einmal rätseln mag, findet die Kolumne unter <http://www.achtung-statistik.de/2017/10/muenzen-raetsel/>. Diese Art der Rätsel stellen Klassiker in der Mathematik dar. Es gibt diese Rätsel aber auch in „verschärfter Form“, von denen wir heute eine Variante vorstellen wollen.

STELLEN SIE SICH VOR, Sie haben fünf nummerierte Kisten, in denen sich jeweils sehr viele, auf den ersten Blick gleiche Münzen befinden. Jede Münze soll exakt 10 Gramm wiegen. Allerdings gab es Fehler bei der Produktion, und so können sich in einigen Kisten ausschließlich Münzen mit 11 Gramm befinden. Sie sollen nun herausfinden, in welchen Kisten dies der Fall ist. Sie dürfen hierzu eine digitale Waage verwenden, aber nur einen Wiegevorgang durchführen.



Denken Sie gerne erst einmal selber über mögliche Lösungswege nach, bevor Sie weiterlesen – allerdings müssen wir zugeben, dass dieses Rätsel eine wirklich schwer zu knackende Nuss ist.

WICHTIG IST BEI DER LÖSUNG dieses Rätsels, dass Sie aus jedem Wert, den die Waage anzeigt, sofort alle fehlerhaften Kisten identifizieren können. Dies gelingt beispielsweise, wenn wir hierfür Zweierpotenzen bei der Auswahl der Anzahl der Münzen aus den einzelnen Kisten zugrunde legen: Wir nehmen hierfür aus der ersten Kiste $2^0 = 1$ Münze, aus der zweiten Kiste $2^1 = 2$ Münzen, aus der dritten Kiste $2^2 = 4$ Münzen, aus der vierten Kiste $2^3 = 8$ Münzen und aus der fünften Kiste $2^4 = 16$ Münzen. Insgesamt ergibt dies 31 Münzen. Diese wiegen wir gemeinsam und ziehen von der sich ergebenden Masse $31 \times 10 \text{ Gramm} = 310 \text{ Gramm}$ ab. Das sich ergebende Ergebnis ermöglicht eine eindeutige Zuordnung zu den Kisten mit fehlerhaften Münzen.

Erhalten wir beispielsweise den Wert 15 Gramm, ist dies nur möglich, wenn in den Kisten eins bis vier 11 Gramm Münzen liegen, denn $1 + 2 + 4 + 8 = 15$. Bei einem Wiegeergebnis von 16 Gramm ist dies nur möglich, wenn ausschließlich in der fünften Kiste fehlerhafte Münzen sind. Dies klingt kaum zu glauben, Sie können es aber mit verschiedenen Varianten von Kombinationen an Kisten mit fehlerhaften Münzen gerne ausprobieren, es ergibt sich immer eine eindeutige Zuordnung, kein Ergebnis wird doppelt auftreten. ●



Björn Christensen (links) ist Professor für Statistik und Mathematik an der FH Kiel. **Sören Christensen** ist Professor für Stochastik an der Christian-Albrechts-Universität Kiel. Für unsere Leser holen die Brüder Mathematik in den Alltag.

