



ACHTUNG, MATHE!

Messungen einsparen

VON BJÖRN UND SÖREN CHRISTENSEN

In der vergangenen Woche haben wir an dieser Stelle angekündigt, ein modernes mathematisches Verfahren vorzustellen, das die benötigte Zeit in einem Computertomographen erheblich reduzieren kann, da es die Anzahl der benötigten Schichtaufnahmen reduziert. Haben Sie aber keine Sorge! Wir werden Ihnen jetzt nicht alle benötigten Formeln im Detail präsentieren. Stattdessen soll die Methode mittels eines Rätsels verdeutlicht werden: Sie haben als Wechselgeld in einer dunklen Kaschemme zwölf 1-Euro-Münzen erhalten. Es wird Ihnen aber von einem Freund mitgeteilt, dass genau eine dieser Münzen eine Fälschung ist. Diese sieht genauso aus wie die anderen Münzen und unterscheidet sich nur durch ein anderes Gewicht. Sie wissen aber nicht einmal, ob das Gewicht höher oder niedriger ist. Leider ist Ihre Digitalwaage defekt, sodass Sie nur eine Balkenwaage nutzen können. Sie können also mit jedem Wiegevorgang nur messen, ob der Inhalt der linken oder der rechten Waagschale schwerer ist oder ob sie gleich viel wiegen. Sie können nun natürlich immer zwei Münzen gegeneinander wiegen, bis sie alle einmal gemessen haben. Aber das wären bis zu sechs Wiegevorgänge. Es geht aber auch mit weniger Messungen. Die Frage ist nun: Wie oft müssen Sie mindestens wiegen, damit Sie sich sicher sein können, welches die falsche Münze ist?

Wenn Sie mögen, dann denken Sie einen Moment über diese Frage nach. Sie werden sehen, dass das Rätsel nicht einfach ist. Vielleicht wird der eine oder andere Leser sogar tagelang knobeln. Um Ihnen nicht den Spaß zu verderben, werden wir die Lösung am Montag auf <http://www.achtung-statistik.de> veröffentlichen und in Kurzform auch in der nächsten Kolumne bekannt geben.

Hier sei nur so viel verraten: Drei Messungen reichen aus. Das ist vermutlich weniger, als Sie auch nach einigem Nachdenken vermutet haben.

Was hat dies nun aber mit Computertomographen zu tun? Um die Zeit für einen CT-Scan zu verkürzen, bleibt nur, die Zahl der Messungen zu reduzieren. Dabei soll aber die Qualität des Scans nicht schlechter werden. Wie viele Scans benötigt man nun dafür? Die Frage ist also ganz ähnlich wie bei dem obigen Münzbeispiel.

Und auch beim CT-Scanner ist es so, dass durch geschickte Art der Messungen die Anzahl der nötigen Scans ganz erheblich reduziert werden kann. Die dazu nötige allgemeine Theorie wird als Compressed Sensing bezeichnet und wurde in den vergangenen Jahren von einigen der besten Mathematiker entwickelt.



FOTOLIA

