



Lösung des „Ziegenproblems“

VON BJÖRN UND SÖREN CHRISTENSEN

In der vergangenen Woche haben wir Peter und Gerda vorgestellt. Diese stehen vor einer schwierigen Aufgabe. In einer Spielshow sehen sie sich drei Tore gegenüber. Hinter einem der Tore ist der Sportwagen versteckt, hinter einem anderen liegt eine Niete. Allein das Aufspüren des Sportwagens führt aber noch nicht zum Gewinn. Stattdessen müssen die Kandidaten auch noch den Autoschlüssel finden, der sich hinter dem letzten Tor befindet. Dazu müssen sowohl Peter als auch Gerda aktiv werden. Peter ist zuerst an der Reihe und Gerda muss in der Zeit den Raum verlassen und bekommt nicht mit, was drinnen geschieht. Peter darf nun nacheinander zwei der drei Tore öffnen. Findet er dabei nicht den Sportwagen, müssen beide ohne einen Gewinn nach Hause fahren. Taucht der Sportwagen hinter einem der zwei geöffneten Tore auf, geht das Spiel weiter. Dazu werden die Tore wieder verschlossen und Gerda ist an der Reihe. Gerda darf nun ebenfalls zwei Tore öffnen und muss dabei den Schlüssel finden. Ist sie erfolgreich, können beide mit dem neuen Sportwagen nach Hause fahren.

Sie haben sich überlegt, dass sie ohne Absprache nur $2/3 \times 2/3 = 4/9 \approx 44\%$ Wahrscheinlichkeit haben, sowohl Schlüssel als auch Auto zu finden und das Auto zu gewinnen, denn beide haben $2/3 \approx 66,7\%$ Wahrscheinlichkeit, ihren Part erfolgreich zu meistern. Allerdings hat sich Gerda eine Strategie überlegt, die es ihnen ermöglicht, die Wahrscheinlichkeit auf insgesamt $2/3$ zu erhöhen, und einige der Leser sind auch selbst auf die erstaunliche Lösung gekommen. Für alle anderen möchten wir jetzt eine Lösung erläutern. Dazu muss Peter mit Tor 1 anfangen. Wenn dahinter das Auto ist, hört er auf. Wenn sich der Schlüssel hinter Tor 1 befindet, soll er als nächstes Tor 2 versuchen, bei der Niete Tor 3. Gerda startet in jedem Fall mit Tor 2. Wenn sie dahinter nicht den Schlüssel findet, sondern die Niete, öffnet sie Tor 3. Findet sie hingegen hinter Tor 2 das Auto, macht sie mit Tor 1 weiter.

Warum diese Strategie tatsächlich dazu führt, ihre Chancen auf den Gewinn auf $2/3$ zu steigern, lässt sich an der Tabelle ablesen. Der Trick besteht darin, dass Gerda an der Information, dass sie die zweite Runde spielen darf, ablesen kann, dass Peter in der ersten Runde das Auto (A) gefunden hat. Wenn sie also als erstes Tor 2 öffnet und dahinter den Schlüssel (S) findet, haben beide in jedem Fall gewonnen. Findet sie hinter Tor 2 die Niete (N), weiß sie, dass Peter hinter Tor 1 das Auto gefunden haben muss, sonst wäre das Spiel nicht weitergegangen. Sie muss also Tor 3 öffnen, um den Schlüssel zu finden. Findet sie hinter Tor 2 hingegen das Auto, muss Peter vorher hinter Tor 1 den Schlüssel gefunden haben. Sie öffnet also Tor 1, um zu gewinnen. Wenn Peter in der ersten Runde das Auto gefunden hat, hängt der Gewinn gar nicht mehr von Gerdas Wahl ab, solange sie sich an die abgesprochene Strategie hält.

Inhalt hinter Tor 1-2-3	A - S - N	A - N - S	S - A - N	S - N - A	N - A - S	N - S - A
Spieler 1	Tor 1:	Tor 1:	Tor 1: Tor 2:	Tor 1: Tor 2:	Tor 1: Tor 3:	Tor 1: Tor 3:
Spieler 2	Tor 2:	Tor 2: Tor 3:	Tor 2: Tor 1:	(Tor 2: Tor 3:)	(Tor 2: Tor 1:)	Tor 2:
Spiel-ausgang				nichts	nichts	

Gerdas Scharfsinn führt tatsächlich zum Erfolg und beide können den Heimweg in ihrem neuen Sportwagen antreten.