

Flächen berechnen per Zufall

VON BJÖRN UND SÖREN CHRISTENSEN

Häufig steht man in der Praxis vor dem Problem, für eine willkürliche Figur die Fläche ausrechnen zu wollen. Stellen wir uns beispielsweise vor, in einem Feldversuch soll bestimmt werden, wie sich die Blätter von Ahornbäumen unter bestimmten Bedingungen entwickeln, und hierzu soll immer wieder gemessen werden, wie groß die Blattflächen sind. Dann weisen diese häufig keine aus der Geometrie bekannten Formen – also zum Beispiel Dreiecke, Rechtecke und Kreisabschnitte – auf, mittels derer man die Blattgröße anhand der Einzelformen bestimmen könnte.

Es gibt aber einen Ansatz aus der Stochastik, der in der Praxis mittels Computerunterstützung recht simpel helfen kann, die Fläche zumindest näherungsweise zu bestimmen. Hierzu wird um das Ahornblatt ein eng anliegendes Quadrat gelegt. Anschließend platziert man möglichst zufällig Punkte über das gesamte Quadrat verteilt. Dieses Verfahren wird als Monte Carlo-Methode bezeichnet. Man muss nun nur zählen, wie viele der Punkte auf der Fläche des Ahornblatts liegen (Treffer) und wie viele nicht (Nicht-Treffer). Das Verhältnis der Treffer zu allen Punkten multipliziert mit der Gesamtfläche des Quadrats ergibt nun näherungsweise die Fläche des Ahornblatts.

NEHMEN WIR EIN BEISPIEL: Wir wählen ein Quadrat der Größe 20 cm mal 20 cm. Darauf platzieren wir willkürlich das Ahornblatt. Anschließend lassen wir durch einen Computer 1000 Punkte auf der Quadratfläche nach dem Zufallsprinzip anordnen. Wenn nun zum Beispiel 412 Punkte auf dem Ahornblatt landen, beträgt die Fläche des Blattes näherungsweise $412 / 1.000 \times 20 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} = 164,8 \text{ cm}^2$.

Diese Methode lässt sich mittels entsprechender Computersoftware recht simpel umsetzen und Versuche zeigen, dass sich die tatsächliche Ahornblattfläche ziemlich zuverlässig bestimmen lässt. Man kann diese Methode noch verfeinern, indem man diese Berechnung mehrfach durchführt und die sich ergebenden Flächen mittelt. In jedem Fall ist das Beispiel aber eine einfache und praktische Anwendung von zufälligen Prozessen, um in der Praxis ein real auftretendes Problem zu lösen.

Um die Fläche dieser Blätter zu berechnen, braucht es ein Quadrat und darin viele Punkte. ADOBESTOCK

