



100 Gefangene

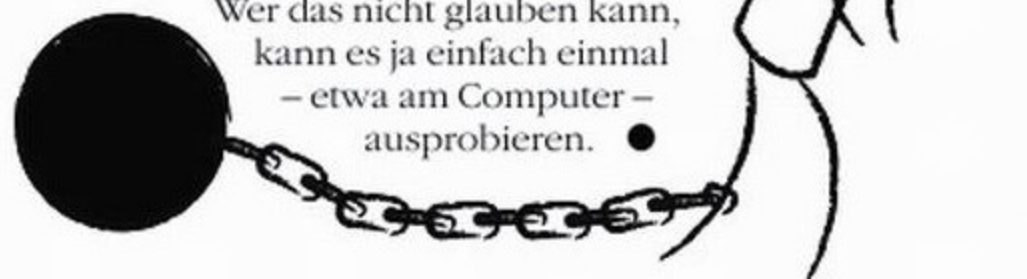
VON BJÖRN UND SÖREN CHRISTENSEN

Diese Woche gibt es mal wieder ein – etwas schwieriges, aber überraschendes – Rätsel. Es geht um 100 Gefangene. Der Gefängnisdirektor verspricht allen die Freiheit – zumindest, wenn sie eine gemeinsame Aufgabe lösen. Unsere Gefangenen haben die Häftlingsnummern 1 bis 100 – jeder eine. Zu jedem Gefangenen führt der Direktor eine Akte, die er entsprechend in – mit 1 bis 100 nummerierten – Schubladen aufbewahrt. Der Direktor hat für seine Aufgabe nun die Akten in zufälliger Reihenfolge auf die Schubladen verteilt. Die meisten Akten stecken also im falschen Fach. Die Gefangenen müssen einer nach dem anderen 50 der 100 Schubladen öffnen und dabei ihre Nummer finden. Nur wenn alle 100 Gefangenen erfolgreich sind, kommen alle frei, ansonsten müssen sie zurück in ihre Zellen. Die Gefangenen können während des Spiels nicht kommunizieren.

Auf den ersten Blick scheint die Aufgabe fast hoffnungslos. Schließlich hat jeder Gefangene nur die Wahrscheinlichkeit $50 / 100 = 1 / 2$, seine Nummer zu finden. Wenn nun alle Gefangenen ohne Strategie zufällig 50 Schubladen öffnen, dann ist die Wahrscheinlichkeit, die Aufgabe erfolgreich zu lösen, also nur $(1/2)^{100}$. Das ist eine Zahl mit 30 Nullen hinter dem Komma! Aber können vorige Absprachen die Situation überhaupt ändern? – Zum Schlechteren geht es auf jeden Fall. Die Gefangenen könnten etwa alle die ersten 50 Schubladen öffnen. Da sie dann nur 50 Zahlen zu Gesicht bekommen, können sie gar nicht freikommen. Aber es funktioniert auch zum Besseren, und das überraschend gut. Dazu müssen die Gefangenen sicherstellen, dass sie nicht unabhängig voneinander handeln. Wenn nämlich einer seine Nummer nicht findet, dann ist es für die Gefangenen egal, wie vielen anderen dies auch nicht gelingt. Der Informatiker Peter Bro Miltersen hat dafür vor einigen Jahren folgende einfache Strategie vorgeschlagen:

Jeder Gefangene schaut erst in die Schublade mit seiner Nummer. Ist er erfolgreich, hört er auf. Wenn nicht, enthält die Schublade die Akte eines Gefangenen mit einer anderen Nummer. Er öffnet dann dessen Schublade. Auf diese Art macht der Gefangene weiter. Entscheidend ist nun, ob er es mit höchstens 50 Schritten schafft, seine eigene Nummer zu finden. Wenn ja, ist er erfolgreich und bricht den Vorgang ab. Die Mathematiker sehen in dem Verfahren zyklische Prozesse und können in einem komplizierten Verfahren berechnen, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, dass alle 100 Gefangenen ihr Ziel erreichen. Diese Wahrscheinlichkeit beträgt mehr als 30 Prozent. In ungefähr einem Drittel der Fälle kommen die Gefangenen auf diese Weise also frei.

Wer das nicht glauben kann, kann es ja einfach einmal – etwa am Computer – ausprobieren. ●



ADOBESTOCK