

## Das Paradoxon des zweiten Asses

VON BJÖRN UND SÖREN CHRISTENSEN

**K**nut, Peter und Willi sitzen in ihrer tradierten Skatrunde zusammen. Doch dieses Mal ist einiges anders als sonst, denn Willis Enkeltochter Emma darf beim Spielen zugucken. Nachdem die Karten ausgegeben sind, stellt Emma ihrem Großvater still und heimlich die Frage, ob er ein Ass hat. Warum sie dies wissen wolle, fragt darauf ihr Großvater. Emma erklärt ihm, dass sie mit der Information abschätzen wolle, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, dass er auch ein zweites Ass hat. Willi ist erstaunt über Emmas Überlegung, beginnt aber erst einmal die Runde zu spielen. Nach der nächsten Kartenausgabe fragt Emma ihren Großvater, ob er ein Pik-Ass hat. Willi wundert sich, warum sie nun nach dem Pik-Ass fragt. Emma erklärt ihm daraufhin, dass die Wahrscheinlichkeit für ein zweites Ass dann fast 50 Prozent höher sei als im ersten Fall. Nun sind Knut, Peter und Willi doch so irritiert, dass sie erst einmal zu spielen aufhören und Emma bitten, zu erläutern, wie sie auf die Idee käme, dass bei einem Pik-Ass auf der Hand die Wahrscheinlichkeit für ein zweites Ass höher sein soll, als wenn Willi irgendein Ass auf der Hand hat.



Tatsächlich ist das Zählen der Möglichkeiten beim Skat ganz schön kompliziert. Nehmen wir daher vereinfachend an, dass es nur vier Karten gibt: Herz-Ass (HA), Pik-Ass (PA), Herz-Bube (HB) und Pik-Bube (PB). Hieraus soll nun ein Blatt von zwei Karten gezogen werden. Dafür gibt es lediglich folgende sechs Möglichkeiten: {HA, PA}, {HA, HB}, {HA, PB}, {PA, HB}, {PA, PB}, {HB, PB}

Von diesen sechs Möglichkeiten enthalten fünf mindestens ein Ass. In einem Fall, nämlich dem ersten, gibt es auch ein zweites Ass. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Spieler mit mindestens einem Ass auch ein zweites hat, beträgt  $1/5$  oder 20 Prozent. Wenn der Spieler hingegen zugegeben hat, dass er ein Pik-Ass besitzt, dann sind hierfür drei Blätter möglich, von denen in einem Fall ein zweites Ass vorliegt. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Spieler mit dem Pik-Ass ein zweites Ass auf der Hand hat, beträgt also  $1/3$  oder 33,3 Prozent. Beim Skatblatt betragen die Wahrscheinlichkeiten, ein zweites Ass auf der Hand zu haben, 46,2 Prozent (mindestens irgendein Ass auf der Hand) beziehungsweise 65,7 Prozent (das Pik-Ass auf der Hand).

Nachdem Emma den Skatbrüdern ihre Überlegung dargelegt hat, sind diese über Emmas Fähigkeiten bass erstaunt und Willi ist stolz auf seine Enkeltochter. Er möchte nun aber gerne, dass Emma weitere Überlegungen doch besser nur ihm verrät, damit er diese zukünftig gegen Knut und Peter ausspielen kann. ●



**Björn Christensen** (links) ist Professor für Statistik und Mathematik an der FH Kiel. **Sören Christensen** ist Professor für Stochastik an der Christian-Albrechts-Universität Kiel. Für unsere Leser holen die Brüder Mathematik in den Alltag.

