Wie wahrscheinlich ist ein Kniffel?

VON BJÖRN UND SÖREN CHRISTENSEN

Coronazeit ist Spielezeit! Und vielleicht haben Sie sich ja bei einem der letzten Spieleabende kürzlich gefragt, wie wahrscheinlich es eigentlich ist, einen Kniffel (mit 5 Würfen 5 mal die gleiche Augenzahl) zu erreichen?

Um sich dieser Frage zu nähern, müssen wir annehmen, dass Sie es einzig auf einen Kniffel abgesehen haben und sich nicht etwa mit einem Full-House begnügen. Hierzu wählen Sie nach dem ersten Wurf immer die Augenzahl aus, die am häufigsten auftritt. Würfeln Sie beim ersten Wurf gleich einen Kniffel, dann sind Sie schon am Ziel. Würfeln Sie hingegen einen Vierling, Drilling oder Zwilling, werden nur die Würfel mit der häufigsten Augenzahl zurückgehalten (wenn zwei Zwillinge auftreten, entscheiden Sie sich einfach für einen davon), die restlichen Würfel wandern zurück in den Becher für den zweiten Wurf. Würfeln Sie im ersten Wurf fünf unterschiedliche Augenzahlen, dann wählen Sie einfach eine zufällig aus. Diese Strategie verfolgen Sie einfach immer weiter. Wie groß ist nun die Möglichkeit, sofort einen Kniffel zu würfeln?

HIERFÜR GIBT ES GENAU SECHS MÖGLICHKEITEN, nämlich je einen mit der Augenzahl 1, 2, 3, 4, 5 oder 6. Dagegen stehen 7 776 Möglichkeiten (6^5), die Ihnen fünf Würfel mit sechs Augen insgesamt bieten. Die Wahrscheinlichkeit, beim ersten Wurf einen Kniffel zu werfen, beträgt also 6/7 776=0,077%. Dies ist – sofern Sie nicht geschummelt haben – extrem unwahrscheinlich.

Wie sieht es nun aus, wenn Sie beim ersten Wurf einen Vierling werfen? Erneut müssen wir alle denkbaren Kombinationen durchspielen. Hier gibt es insgesamt 150 Kombinationsmöglichkeiten. Die Wahrscheinlichkeit beträgt somit 150/7 776. Anschließend können Sie entweder beim zweiten (Wahrscheinlichkeit 1/6) oder beim dritten Wurf (Wahrscheinlichkeit 5/6x1/6) die fehlende Augenzahl zum Kniffel erwürfeln. Die Berechnungen hierfür sind also schon deutlich komplizierter, konkret liegt die Wahrscheinlichkeit bei 150/7 776x(1/6+1/6x1/6) = 0,589%.

Sie können diese Überlegungen nun für alle weiteren Varianten der Augenzahlen beim ersten Wurf fortführen – wir ersparen Ihnen dies. Insgesamt erhält man, dass die Wahrscheinlichkeit eines Kniffels in jeder Runde 4,6 Prozent beträgt. In den 13 Runden eines Spiels können Sie also im Durchschnitt 0,6 Kniffel erwarten. Dies setzt aber natürlich voraus, dass Sie konsequent ausschließlich versuchen, einen Kniffel zu würfeln.

UND – SIND SIE NUN SCHLAUER? Ja, Sie wissen, dass es gar nicht so unwahrscheinlich ist, dass Sie in einem Spiel einen Kniffel erwürfeln, aber ob dieser dann zum Sieg reicht, ist natürlich unklar.

Björn Christensen (links) ist Professor für Statistik und Mathematik an der FH Kiel. **Sören Christensen** ist Professor für Stochastik an der Christian-Albrechts-Universität Kiel. Für unsere Leser holen die Brüder Mathematik in den Alltag.