Die Quadratur des Kreises

Björn und Sören Christensen

Die Länderchefs versuchten die Quadratur des Kreises – so beschrieb eine große Tageszeitung die letzte Corona-Runde der Ministerpräsidenten. Wie so oft wurde damit ein unlösbares Problem mit den Worten der Mathematik beschrieben. Aber woher kommt diese Redewendung?

Sie bezieht sich auf eine Frage, die auch schon Schüler verstehen können: Gegeben sei uns ein Kreis, sagen wir mit Radius 1, und als Hilfsmittel ein Stift, ein Lineal (ohne aufgedruckte Skala) und ein Zirkel. Können Sie dann ein Quadrat konstruieren, das genau den gleichen Flächeninhalt wie der Kreis hat? Dazu erinnern wir uns erst einmal daran, dass der Flächeninhalt eines Kreises mit Radius 1 gerade die Kreiszahl π= 3,1415... ist. Das gesuchte Quadrat sollte also gerade die Wurzel von π als Seitenlänge haben.

Schon in der Antike brüteten viele der großen Denker über diesem Problem und auch in der Neuzeit wurden Tausende Konstruktionen vorgeschlagen, die das Problem annähernd lösten, aber genau die Wurzel aus π erreichte keine. Immer mehr Gelehrte waren der Meinung, dass eine exakte Konstruktion gar nicht möglich ist. Aber wie soll man so etwas beweisen? Es kann ja immerhin sein, dass all die klugen Menschen einfach noch nicht den richtigen Einfall hatten.

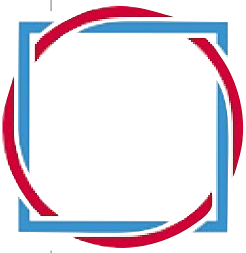

Foto: Adobe Stock

Der Kreativität sind keine Grenzen gesetzt

An dieser Stelle kommt eine der Stärken der Mathematik ins Spiel: die Übertragung einer Fragestellung in einen scheinbar ganz anderen Bereich der Mathematik. Dazu betrachtet man den Kreis im Koordinatensystem. In diesem ist er eindeutig durch den Mittelpunkt, sagen wir (0,0), und einen Punkt auf dem Kreis, sagen wir (1,0), beschrieben. Möchte man mit der Konstruktion beginnen, kann man zum Beispiel mit dem Zirkel Kreise mit Radius 1 um die beiden Punkte zeichnen. Dann erhält man (wer Lust hat, kann das einmal nachrechnen; Tipp: Satz des Pythagoras) als einen Schnittpunkt (1/2, 1/2 Wurzel aus 3). Nun ist der Kreativität eigentlich keine Grenze gesetzt und man könnte zahllose weitere Punkte mittels Zirkel und Lineal konstruieren. Die Quadratur des Kreises ist also die Frage, ob man auf diese Weise zwei Punkte konstruieren kann, die exakt den Abstand Wurzel aus π haben.

Nun kommt die Einsicht, die auf den deutschen Mathematiker Ferdinand von Lindemann (1852-1939) zurückgeht: Mit Zirkel und Lineal lassen sich nur Punkte konstruieren, deren Koordinaten verschachtelte Wurzelausdrücke sind (also etwa Wurzeln aus Wurzelausdrücken). Deren Abstände sind also auch nur solche Wurzelausdrücke. Ferdinand von Lindemann bewies nun, dass aber π, und damit auch die Wurzel von π sich nicht als solch ein Wurzelausdruck schreiben lässt. Damit war gezeigt, dass die Bemühungen der großen Geister alle von Beginn an zum Scheitern verurteilt waren. Eine „Quadratur des Kreises“ ist also nicht möglich, egal wie sehr man sich bemüht.

Wir wollen hoffen, dass die Ministerpräsidentenrunde für die dort behandelten Probleme zumindest annähernd gute Lösungen gefunden hat.

Björn Christensen ist Professor für Statistik und Mathematik an der FH Kiel. **Sören Christensen** ist Professor für Stochastik an der Christian-Albrechts-Universität Kiel.

SH-Journal, Wochenendbeilage im s-hz, 13.03.2021