

## Überdurchschnittlich

*Björn und Sören Christensen*

**W**er gibt sich schon gern mit dem Durchschnitt zufrieden?! Aber das Schicksal eines unterdurchschnittlichen Abschniders trifft immer jemanden. Schon aus rein mathematischen Gründen lässt sich dies eigentlich nicht verhindern, oder? – Manchmal ist es tatsächlich doch möglich. Wir werden Ihnen nämlich gleich drei Würfel präsentieren, die alle drei meist überdurchschnittlich abschneiden.



Dazu benötigen Sie nur drei normale Würfel A, B und C mit jeweils sechs Seiten. Diese Seiten beschriften Sie nun aber auf ungewöhnliche Weise. Auf dem Würfel A ist eine 5 und auf den fünf anderen Seiten jeweils eine 3. Die Würfel B und C sind gleich beschriftet. Auf ihnen befindet sich jeweils zweimal eine 1 und viermal eine 4. Wir werfen nun diese drei Würfel und fragen uns, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Würfel mehr anzeigen als das Mittel der drei Ergebnisse.

Dazu müssen wir kurz rechnen. Fangen wir mit dem Würfel A an. Wenn dieser eine 3 zeigt und die beiden anderen jeweils eine 1, dann gilt  $3 > (3+1+1)/3$ .

Dies geschieht mit Wahrscheinlichkeit  $5/6 \times 2/6 \times 2/6 = 5/54$ . Ebenso liegt der Würfel A bei den Ausgängen A=3 kombiniert mit B=1, C=4 oder B=4, C=1 über dem Durchschnitt.

### Schöngerechnet

Mit ähnlicher Rechnung sieht man, dass dies mit Wahrscheinlichkeit  $20/54$  auftritt. Außerdem ist A immer überdurchschnittlich, wenn dort eine 5 oben liegt, also mit Wahrscheinlichkeit  $1/6$ . Zusammengekommen liegt also A mit Wahrscheinlichkeit  $5/54 + 20/54 + 1/6 = 34/54 = 17/27 > 50\%$  über dem Durchschnitt.

Der Würfel B ist auf jeden Fall über dem Durchschnitt, wenn A eine 3 zeigt und B eine 4, was mit Wahrscheinlichkeit  $5/6 \times 4/6 = 5/9 > 1/2$  auftritt. Da B und C gleich beschriftet sind, liegt damit auch C häufiger über dem Durchschnitt als darunter.

Der Traum, dass alle in den meisten Fällen überdurchschnittlich sind, wird zumindest mit diesen Würfeln also wahr. Im täglichen Leben werden wir uns aber auch damit zufriedengeben müssen, dass man sich oft auch unter dem Durchschnitt wiederfindet.

Illustration: Sönke Lundt; Foto: Adobe Stock



**Björn Christensen** ist Professor für Statistik und Mathematik an der FH Kiel. **Sören Christensen** ist Professor für Stochastik an der Christian-Albrechts-Universität Kiel.

