

# Achtung, Mathe!

## Lange Folgen

Hinweis: In dieser Kolumne ist leider beim Drucken eine Zahl verrutscht. In dem Beispiel sollten „2 hoch 7“, also 128, Würfe betrachtet werden, nicht 27.

*Björn und Sören Christensen*

**S**tellen Sie sich einen Abend im Casino vor. Sie stehen an einem der Roulette-Tische und schauen sich das Spiel über einen längeren Zeitraum an. Nachdem die Kugel einige Zeit mal dieses und jenes gemacht hat, passiert es. Die Kugel fällt auf eine schwarze Zahl, danach wieder und wieder und wieder. Insgesamt siebenmal fällt Schwarz. Das kann doch kein Zufall sein!

Wenn wir einmal der Einfachheit halber die „Null“ ignorieren und annehmen, dass immer nur „Schwarz“ oder „Rot“ fällt, dann ergibt sich die Wahrscheinlichkeit für siebenmal Schwarz doch als  $1/2 \times 1/2 \times \dots \times 1/2 = 1/2^7$ . Das ist weniger als 1 Prozent. An so einen Zufall können Sie nicht glauben. Mit dem Roulettekessel kann etwas nicht stimmen! Sie sind jetzt drauf und dran, einen hohen Betrag auf „Schwarz“ zu setzen, denn diese Farbe scheint ja ungewöhnlich häufig zu fallen.

### Keine voreiligen Schlüsse

Aber ganz so schnell sollten Sie Ihr Geld nicht zücken. Sie haben ja nicht vor dem Fallen der ersten Kugel vorhergesagt, dass gleich siebenmal Schwarz am Stück fällt. Stattdessen haben Sie das Geschehen über viele Runden verfolgt und dann irgendwann

das erstaunliche Ereignis registriert.

Wenn dieses aber etwas früher oder später eingetreten wäre, wären Sie nicht weniger erstaunt gewesen.

Die Frage, die Sie eigentlich interessiert, ist also eher,

welche Länge man für die längste Folge von Würfeln einer Farbe erwarten kann, wenn mit dem Kessel alles in Ordnung ist. Auch wenn die genaue Herleitung schwierig ist, gibt es doch eine recht einfache „Daumenregel“, die man hierfür benutzen kann: Betrachtet man  $n$  Würfe, dann ist die erwartete längste einfarbige Folge etwa der Zweierlogarithmus  $\log_2(n)$ . Betrachtet man also etwa  $n=128=2^7$  Würfe, so erwartet man schon, dass eine der Farben  $\log_2(128) = 7$  mal am Stück fällt. Natürlich ist auch eine kürzere oder eine längere Folge nicht ausgeschlossen, rein statistisch darf man im Mittel aber eine 7er-Folge erwarten.

Es ist also völlig normal, dass solche scheinbar langen einfarbigen Folgen auftreten. Bevor Sie also auf Basis eines solchen nur scheinbar unwahrscheinlichen Ereignisses Ihr Geld setzen, sollten Sie lieber den Abend anderweitig genießen und nicht voller Hoffnung in der nächsten Runde auf „Schwarz“ setzen.



**Björn Christensen** ist Professor für Statistik und Mathematik an der FH Kiel. **Sören Christensen** ist Professor für Stochastik an der Christian-Albrechts-Universität Kiel.

