Computer sind nicht immer die besseren Rechner

Björn und Sören Christensen

Computer können besser rechnen als Menschen, oder? – Klar, werden Sie sagen, und damit haben Sie bei den allermeisten Aufgaben sicher auch recht. Man sollte den Computern aber auch nicht blindlings vertrauen. So hat der Journalist Alex Bellos kürzlich auf Youtube ein Video veröffentlicht, in dem er Google nach dem Wert von 100! („100 Fakultät“) fragt. Das „!“ steht dabei für die Rechenanweisung alle natürlichen Zahlen bis zu 100 aufzumultiplizieren, also 100 x 99 x 98 x ... x 3 x 2 x1. Die von der Suchmaschine gegebene Antwort war 93326215443944180... gefolgt von über 100 weiteren Nullen. Natürlich können wir jetzt im Kopf das richtige Ergebnis nicht selbst ausrechnen. Aber zumindest können wir einsehen, dass die gegebene Antwort so nicht stimmen kann. Genauer werden wir zeigen, dass die Zahl nicht mit über 100 Nullen enden kann. Wenn Sie mögen, dann können Sie zuerst auch einmal selbst überlegen.

Erst einmal kann man aber feststellen, dass die Zahl 100! auf eine ganze Reihe von Nullen enden muss, schließlich wird ja mit den Zahlen 10, 20 usw. multipliziert, die jeweils eine Null am Ende erzeugen. Der Faktor 100 führt sogar zu zwei Nullen, sodass mindestens elf Nullen am Ende stehen müssen. Aber es kommen noch weitere Nullen dazu. Zum Beispiel ergeben die Faktoren 2 und 5 zusammen 10 und führen also zu einer weiteren Null. Das gleiche gilt nun immer dann, wenn man zwei Zahlen multipliziert, die durch 2 und 5 teilbar sind, also etwa bei 14 x 15 = 210. Wir können die Frage nach der Anzahl der Nullen am Ende von 100! also so umformulieren, dass wir alle Vorkommen von „2 x 5“ in 100! suchen müssen. Mit anderen Worten müssen wir jede Zahl von 1 bis 100 in ihre Faktoren zerlegen und sehen, wie oft 2 und 5 vorkommen.

Beginnen wir beim Zählen mit der 5. Diese kommt in den zwanzig Zahlen 5, 10, 15, 20, ..., 90, 95, 100 vor und in 25, 50, 75 und 100 sogar zweifach. Insgesamt wird bei 100! also 24 mal die 5 aufmultipliziert. Die 2 kommt natürlich noch häufiger vor (es kommen ja schon 50 geraden Zahlen vor), es spielen dann aber nur die Fälle eine Rolle, in denen die 2 mit der 5 multipliziert wird. Der Faktor 2 x 5 taucht damit also exakt 24 mal auf. Die Zahl muss also auf genau 24 Nullen enden. Mit ein bisschen Überlegen können wir also einsehen, dass Google hier falsch gerechnet haben muss. Manchmal können wir Menschen den elektronischen Rechnern also doch noch Paroli bieten.

Foto: Adobe Stock

Björn Christensen ist Professor für Statistik und Mathematik an der FH Kiel. **Sören Christensen** ist Professor für Stochastik an der Christian-Albrechts-Universität Kiel.