

Stau paradox

Björn und Sören Christensen

Viele werden sich am vergangenen Pfingstwochenende mit der Frage beschäftigt haben, welche Route auf dem Weg mit dem Auto in den Kurzurlaub die günstigste sein dürfte. Sollte man die kürzeste Strecke wählen, egal wie sich andere Verkehrsteilnehmer verhalten, oder sind Umwege zu präferieren in der Hoffnung, dass man mit weniger Staus schneller das Urlaubsziel erreicht?

Tatsächlich ist diese Frage häufig nicht einfach zu beantworten, wie der deutsche Mathematiker Dietrich Braess bereits 1968 nachweisen konnte. Konkret hat er gezeigt, dass der Bau einer neuen Entlastungsstraße dazu führen kann, dass sich bei gleichbleibendem Verkehrsaufkommen die mittlere Fahrdauer für alle Autofahrer erhöhen kann. Wie ist dies möglich?

Im folgenden Beispiel, das natürlich lediglich eine theoretische Situation abbildet, kann dies nachvollzogen werden: Stellen wir uns vor, dass eine Straße in vier Abschnitten um einen länglichen See herumführt. Vom Startpunkt aus soll ein Punkt auf der gegenüberliegenden Seite des Sees erreicht werden. Hierzu kann man entweder im Uhrzeigersinn um den See herumfahren. Dieser Weg lässt sich in 5 plus 13 Minuten, also insgesamt 18 Minuten, bewältigen, sofern man auf der engen Uferstraße alleine fährt.



A: 5 Min. Gegen den Uhrzeigersinn braucht man für den Weg 13 Minuten plus 5 Minuten, also ebenfalls 18 Minuten. Fahren zwei Autos – egal in welcher Richtung – gemeinsam auf einer Strecke, verdoppeln sich die Zeiten. Wenn nun zwei Autofahrer vom Startpunkt aus das Ziel erreichen wollen, ist es am günstigsten, wenn beide unterschiedliche Richtungen wählen. Beide brauchen dann 18 Minuten, zusammen also 36 Minuten.

Nun wird eine neue Brücke über den See gebaut, die alleine gewählt lediglich eine Minute dauert. Wird sie von beiden genutzt, verdoppelt sich die Zeit. Wählt nun ein Autofahrer die Strecken A, E und C, benötigt er 16 Minuten, da die Strecke C von beiden gefahren wird. Der zweite Autofahrer benötigt 23 Minuten über die Strecken D und C, letztere von beiden befahren. Ein Autofahrer verringert seine Fahrzeit, der andere erfährt eine deutliche Erhöhung. Die Gesamtfahrzeit erhöht sich auf 39 Minuten. Wenn beide A, E, C nutzen, benötigen sie jeweils 22 Minuten. Aus dieser misslichen Situation kommen die beiden Autofahrer auch nicht heraus, wenn sie sich absprechen und immer nur einer die Querung über den See benutzt.

Aus diesem Grund wird die Situation als Braess-Paradoxon bezeichnet und lässt sich tatsächlich immer wieder in realen Verkehrssituation beobachten: Scheinbare Entlastungsstrecken erhöhen die durchschnittliche Fahrzeit, wenn sie genutzt werden.



Björn Christensen ist Professor für Statistik und Mathematik an der FH Kiel. **Sören Christensen** ist Professor für Stochastik an der Christian-Albrechts-Universität Kiel.

