

Symmetrie auf dem Ziffernblatt

Björn und Sören Christensen

Ein Quell der Inspiration für Themen unserer Kolumne sind Zuschriften von Lesern mit Anregungen, worüber wir uns immer sehr freuen. Auf diesem Weg ist auch das heutige Rätsel zu uns gelangt.

Die Frage ist, wann der Stunden- und der Minutenzeiger auf dem Ziffernblatt einer Uhr symmetrisch zur 12 Uhr-Stellung stehen. Dies ist natürlich mehrmals der Fall, nämlich immer zwischen einer vollen Stunde und der nachfolgenden Stunde. Nehmen wir als Beispiel einmal an, wir wollen wissen, wann dieser Zustand um kurz vor 2 Uhr – wenn also die volle Stunde noch nicht erreicht ist und der Minutenzeiger zwischen der 10 und der 11 stehen muss – eintritt:

Der Minutenzeiger legt pro Minute einen Winkel von $360^\circ/60 = 6^\circ$ zurück. Beim Stundenzeiger ist dies etwas komplizierter. Er legt in einer Stunde $360^\circ/12 = 30^\circ$ und somit pro Minute $30^\circ/60 = 0,5^\circ$ zurück. Wenn wir eine Uhrzeit zwischen 1 und 2 Uhr suchen, hat der Minutenzeiger bis dahin X Minuten zurückgelegt, also $X \cdot 6^\circ$.

Der Stundenzeiger hat eine volle Stunde, also 30° , plus X Minuten, zurückgelegt, was insgesamt $30^\circ + X \cdot 0,5^\circ$ entspricht.

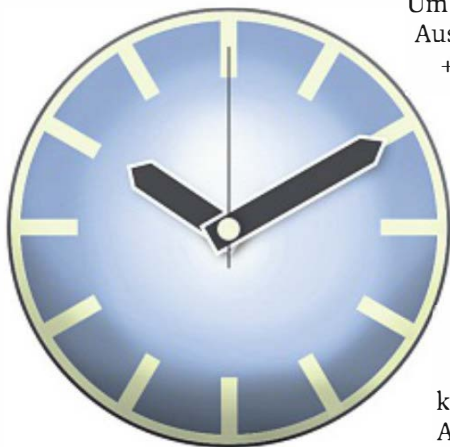
Für die Symmetrie soll der Winkel zwischen der Zwölf und dem Stundenzeiger, $30^\circ + X \cdot 0,5^\circ$, gerade dem noch fehlenden Winkel zwischen dem Minutenzeiger und der Zwölf, also $360^\circ - X \cdot 6^\circ$, entsprechen.

Um X zu finden, werden beide Ausdrücke gleichgesetzt: $30^\circ + X \cdot 0,5^\circ = 360^\circ - X \cdot 6^\circ$.

Nach entsprechender Umstellung der Gleichung (es wird auf beiden Seiten 30° abgezogen und $X \cdot 6^\circ$ hinzugezählt), erhält man $X = 3300^\circ/65^\circ$, welches 50 ganzen Minuten und einer „angebrochenen“ $10/13$ Minute (gute 46 Sekunden) entspricht.

Auf diesem Wege lässt sich nun für jede mögliche Konstellation der Symmetrie der beiden Zeiger

auf einer Uhr die exakte Uhrzeit des Eintretens ermitteln. Die hier beschriebene Uhrzeit hat speziell den Vorteil, dass die Zeiger so an einen lachenden Mund erinnern, was dazu führt, dass diese Position oft in der Werbung verwendet wird.



Graphik: Can Yalim



Björn Christensen ist Professor für Statistik und Mathematik an der FH Kiel. **Sören Christensen** ist Professor für Stochastik an der Christian-Albrechts-Universität Kiel.

