

Kopfrechnen mit den binomischen Formeln

Björn und Sören Christensen

Eine kleine Umfrage im mathematisch weniger interessierten Teil unseres Freundeskreises hat ergeben, dass drei Regeln aus dem Schulunterricht bei fast allen hängengeblieben sind: die binomischen Formeln $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ und $(a+b) \times (a-b) = a^2 - b^2$. Und eigentlich handelt es sich nicht nur um drei Gleichungen, sondern sogar um unendlich viele. Denn die drei Gleichungen gelten ja für alle Zahlen a und b . Es gibt vermutlich wenig andere Bereiche, in denen man unendlich viele Sachverhalte so prägnant ausdrücken kann. Dies ist aber – wie so oft in der Mathematik – Fluch und Segen zugleich. Denn durch die knappe, abstrakte Ausdrucksweise fällt es oft schwer, die Nützlichkeit der Regeln in konkreten Situationen zu erkennen.

Probieren Sie es selbst aus

Wir nutzen daher diese Woche die Gelegenheit, um die binomischen Formeln als Hilfe beim Kopfrechnen in Aktion zu zeigen. Möchten Sie etwa 32×28 berechnen, so kann Ihnen helfen, dass die Zahl in der Mitte der beiden Faktoren die 30 ist.

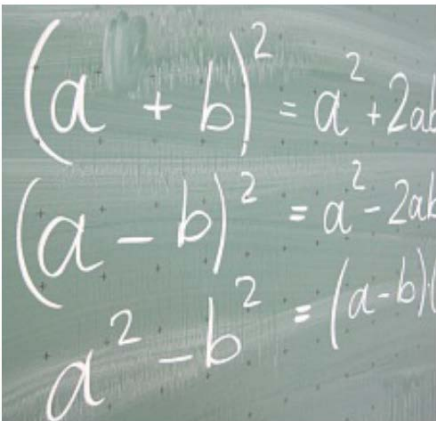


Foto: Adobe Stock

Leicht umgeschrieben lautet die Aufgabe also $(30+2) \times (30-2)$ und nach der dritten binomischen Formel kommen Sie leicht auf das Ergebnis $30^2 - 2^2 = 900 - 4 = 896$. Nach diesem Prinzip können Sie immer problemlos Zahlen miteinander multiplizieren, in deren Mitte eine Zahl liegt, deren Quadrat Sie kennen. Probieren Sie es gerne einmal selbst aus, zum Beispiel mit 17×23 .

Aber auch die erste binomische Formel kann Ihnen helfen, auch wenn sie auf den ersten Blick weniger hilfreich scheint, weil die rechte Seite viel komplizierter als die linke aussieht. Wenn Sie etwa die Bodenfläche eines quadratischen Zimmers mit Seitenlänge 7,5 m berechnen möchten, dann haben viele den Wert von $7,5^2$ vermutlich nicht parat. Hier hilft jetzt eine Anwendung der ersten binomischen Formel. Mit $b=0,5$ ergibt sich nämlich $(a+0,5)^2 = a^2 + a + 0,5^2 = a(a+1) + 0,25$. Sie können also $7,5^2$ einfach ausrechnen, indem Sie $7 \times 8 = 56$ rechnen und noch 0,25 hinzuzählen. Damit ergibt sich $7,5^2 = 56,25$. Das gleiche Vorgehen klappt immer, wenn Sie Zahlen mit „Komma 5“ quadrieren möchten. Probieren Sie es ruhig einmal mit $9,5^2$ selber aus.



Björn Christensen ist Professor für Statistik und Mathematik an der FH Kiel. **Sören Christensen** ist Professor für Stochastik an der Christian-Albrechts-Universität Kiel.

